

# Pygram

## Oplossingen

Matthijs Coster

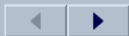
en

Thijs Notenboom

10 juni 2008



*Page 1 of 48*



*Full Screen*

KSO Glorieux  
10 juni 2008

## W1 en W2

Binnengekomen : 12 inzendingen, waarvan 5 correcte inzendingen

Vraag hoe kun je nagaan dat je alle oplossingen hebt gevonden?



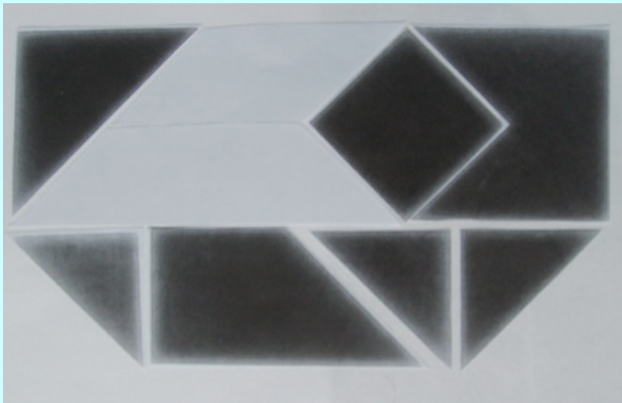
*Page 2 of 48*



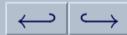
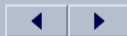
*Full Screen*

KSO Glorieux  
10 juni 2008

Voorbeeld van een foutieve oplossing

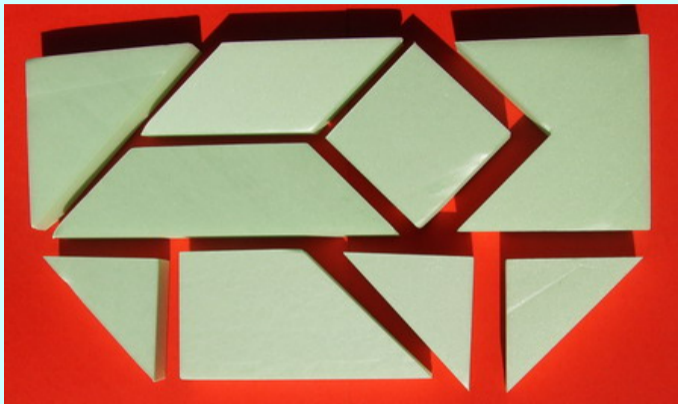


Page 3 of 48

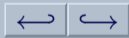


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

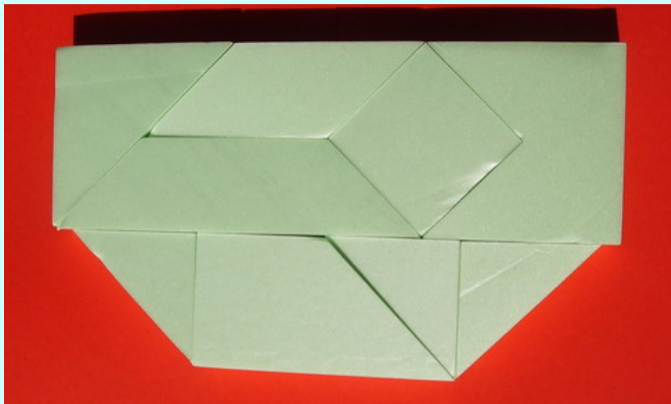


Page 4 of 48

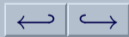


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008



Page 5 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

Essentiëel voor een juiste beantwoording was het besef dat alle zijden veelvouden zijn van 1 en  $\sqrt{2}$ . Of anders geformuleerd dat alle stukjes konden worden opgebouwd uit basisdriehoekjes met zijden 1, 1 en  $\sqrt{2}$ .

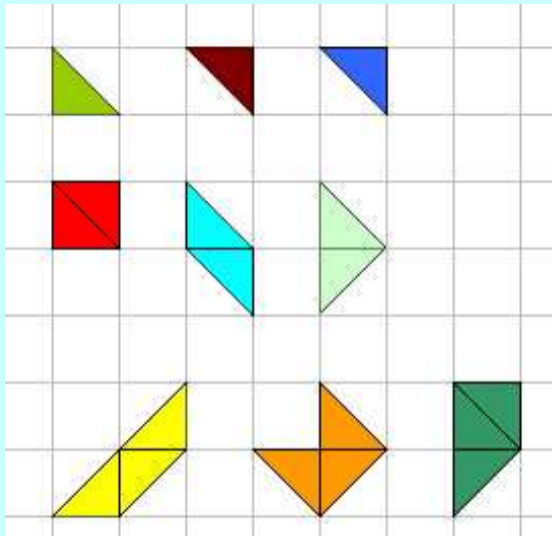


Page 6 of 48

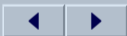


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

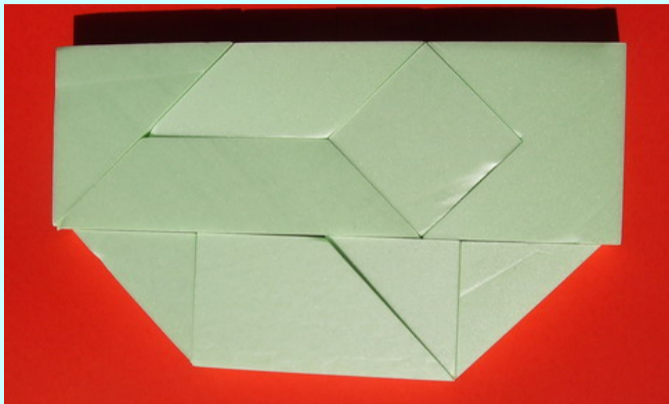


Page 7 of 48



Full Screen

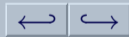
KSO Glorieux  
10 juni 2008



Zijde 4 is geplakt tegen een zijde  $3\sqrt{2}$ !



Page 8 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

We volgen de oplossing van Marcel Nijman.

- Een convexe veelhoek is een veelhoek met alle hoeken kleiner dan  $180^\circ$ .
- In ons geval kunnen hoeken van  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  en  $135^\circ$  voorkomen.
- We leggen om de convexe veelhoek een rechthoek, zo dat de rechthoek zo klein mogelijk is.
- met maximaal 4 schuine knippen verwijderen we driehoekjes uit de rechthoek.



Page 9 of 48

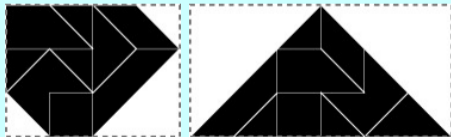


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

We volgen de oplossing van Marcel Nijman.

- Een convexe veelhoek is een veelhoek met alle hoeken kleiner dan  $180^\circ$ .
- In ons geval kunnen hoeken van  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  en  $135^\circ$  voorkomen.
- We leggen om de convexe veelhoek een rechthoek, zo dat de rechthoek zo klein mogelijk is.
- met maximaal 4 schuine knippen verwijderen we driehoekjes uit de rechthoek.



Page 10 of 48

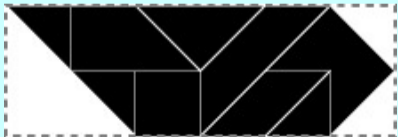


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

We volgen de oplossing van Marcel Nijman.

- Een convexe veelhoek is een veelhoek met alle hoeken kleiner dan  $180^\circ$ .
- In ons geval kunnen hoeken van  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  en  $135^\circ$  voorkomen.
- **We leggen om de convexe veelhoek een rechthoek, zo dat de rechthoek zo klein mogelijk is.**
- met maximaal 4 schuine knippen verwijderen we driehoekjes uit de rechthoek.



Page 11 of 48

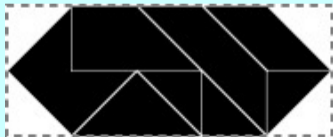


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

We volgen de oplossing van Marcel Nijman.

- Een convexe veelhoek is een veelhoek met alle hoeken kleiner dan  $180^\circ$ .
- In ons geval kunnen hoeken van  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  en  $135^\circ$  voorkomen.
- We leggen om de convexe veelhoek een rechthoek, zo dat de rechthoek zo klein mogelijk is.
- met maximaal 4 schuine knippen verwijderen we driehoekjes uit de rechthoek.



Page 12 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

Door een schuine knip wordt een gelijkbenige rechthoekige driehoek verwijderd.

Mogelijke oppervlakken zijn:

- $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$
- $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 4\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$
- $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$



W1 : 9 stukjes

Totale oppervlak is 9.

13 mogelijkheden:



Page 14 of 48

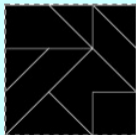


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $3 \times 3$ : 1 oplossing
- $4 \times 3$ : 3 oplossingen
- $4 \times 4$ : 1 oplossing
- $5 \times 2$ : 3 oplossingen
- $5 \times 3$ : 0 oplossingen

$$3 \times 3 = 9$$



Page 15 of 48



Full Screen

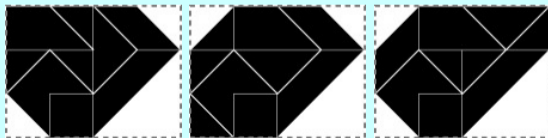
KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 3 x 3: 1 oplossing
- 4 x 3: 3 oplossingen
- 4 x 4: 1 oplossing
- 5 x 2: 3 oplossingen
- 5 x 3: 0 oplossingen

$$4 \times 3 = 12$$

rest : 3

$$3 = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



Page 16 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 3 x 3: 1 oplossing
- 4 x 3: 3 oplossingen
- 4 x 4: 1 oplossing
- 5 x 2: 3 oplossingen
- 5 x 3: 0 oplossingen

$$4 \times 4 = 16$$

rest : 7

$$7 = 4\frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2}$$



Page 17 of 48



Full Screen

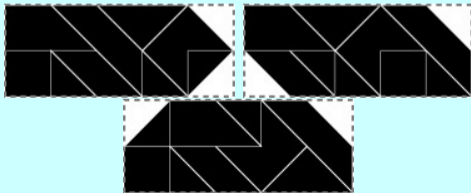
KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 3 x 3: 1 oplossing
- 4 x 3: 3 oplossingen
- 4 x 4: 1 oplossing
- **5 x 2: 3 oplossingen**
- 5 x 3: 0 oplossingen

$$5 \times 2 = 10$$

rest : 1

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



Page 18 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $3 \times 3$ : 1 oplossing
- $4 \times 3$ : 3 oplossingen
- $4 \times 4$ : 1 oplossing
- $5 \times 2$ : 3 oplossingen
- $5 \times 3$ : 0 oplossingen

$$5 \times 3 = 15$$

rest : 6

$$6 = 2 + 2 + 2 \text{ of } 6 = 4\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

Geen oplossingen!



Page 19 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 5 x 4: 0 oplossingen
- 5 x 5: 1 oplossing
- 6 x 2: 1 oplossing
- 6 x 3: 2 oplossingen
- 6 x 4: 0 oplossingen

$$5 \times 4 = 20$$

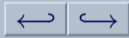
rest : 11

$$11 = 8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ of } 11 = 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} + 2$$

Geen oplossingen!



Page 20 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $5 \times 4$ : 0 oplossingen
- $5 \times 5$ : 1 oplossing
- $6 \times 2$ : 1 oplossing
- $6 \times 3$ : 2 oplossingen
- $6 \times 4$ : 0 oplossingen

$$5 \times 5 = 25$$

rest : 16

$$16 = 8 + 8$$



Page 21 of 48



Full Screen

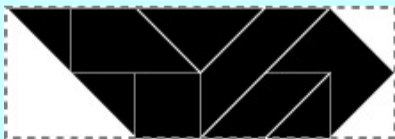
KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 5 x 4: 0 oplossingen
- 5 x 5: 1 oplossing
- **6 x 2: 1 oplossing**
- 6 x 3: 2 oplossingen
- 6 x 4: 0 oplossingen

$$6 \times 2 = 12$$

rest : 3

$$3 = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



Page 22 of 48



Full Screen

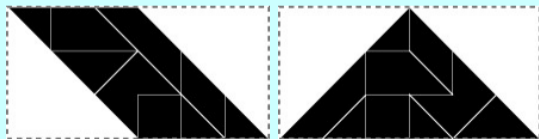
KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 5 x 4: 0 oplossingen
- 5 x 5: 1 oplossing
- 6 x 2: 1 oplossing
- **6 x 3: 2 oplossingen**
- 6 x 4: 0 oplossingen

$$6 \times 3 = 18$$

rest : 9

$$9 = 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}$$



Page 23 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $5 \times 4$ : 0 oplossingen
- $5 \times 5$ : 1 oplossing
- $6 \times 2$ : 1 oplossing
- $6 \times 3$ : 2 oplossingen
- $6 \times 4$ : 0 oplossingen

$$6 \times 4 = 24$$

rest : 15

$$3 = 8 + 4\frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2}$$

Geen oplossingen!



Page 24 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $6 \times 5$ : 1 oplossing
- $6 \times 6$ : 0 oplossingen

$$6 \times 5 = 30$$

rest : 21

$$21 = 8 + 8 + 4\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ of } 21 = 12\frac{1}{2} + 8 + \frac{1}{2}$$



Page 25 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $6 \times 5$ : 1 oplossing
- $6 \times 6$ : 0 oplossingen

$$6 \times 6 = 36$$

rest : 27

$$27 = 18 + 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} \text{ of } 27 = 12\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2} + 2 \text{ of } 27 = 12\frac{1}{2} + 8 + 4\frac{1}{2} + 2$$

Geen oplossingen!



Page 26 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

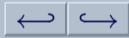
W2 : 8 stukjes

Totale oppervlak is 8.

16 mogelijkheden:



Page 27 of 48



Full Screen

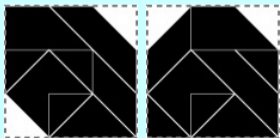
KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 3 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 2: 1 oplossing
- 4 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 4: 2 oplossingen
- 5 x 2: 2 oplossingen

$$3 \times 3 = 9$$

rest : 1

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



Page 28 of 48

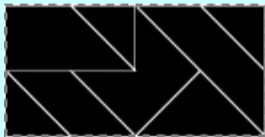


Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 3 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 2: 1 oplossing
- 4 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 4: 2 oplossingen
- 5 x 2: 2 oplossingen

$$4 \times 2 = 8$$

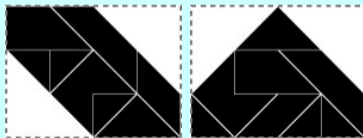


- 3 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 2: 1 oplossing
- 4 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 4: 2 oplossingen
- 5 x 2: 2 oplossingen

$$4 \times 3 = 12$$

rest : 4

$$4 = 2 + 2$$



Page 30 of 48



Full Screen

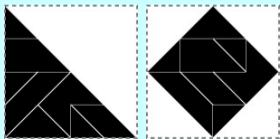
KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 3 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 2: 1 oplossing
- 4 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 4: 2 oplossingen
- 5 x 2: 2 oplossingen

$$4 \times 4 = 16$$

rest : 8

$$8 = 8 \text{ of } 8 = 2 + 2 + 2 + 2$$



Page 31 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 3 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 2: 1 oplossing
- 4 x 3: 2 oplossingen
- 4 x 4: 2 oplossingen
- 5 x 2: 2 oplossingen

$$5 \times 2 = 10$$

rest : 2

$$2 = 2 \text{ of } 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

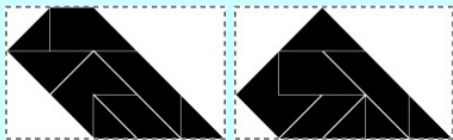


- 5 x 3: 2 oplossingen
- 5 x 4: 0 oplossingen
- 5 x 5: 2 oplossingen
- 6 x 2: 2 oplossingen
- 6 x 3: 0 oplossingen

$$5 \times 3 = 15$$

rest : 7

$$7 = 4\frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2}$$



- $5 \times 3$ : 2 oplossingen
- $5 \times 4$ : 0 oplossingen
- $5 \times 5$ : 2 oplossingen
- $6 \times 2$ : 2 oplossingen
- $6 \times 3$ : 0 oplossingen

$$5 \times 4 = 20$$

rest : 11

$$11 = 8 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ of } 11 = 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} + 2$$

Geen oplossingen!



Page 34 of 48



Full Screen

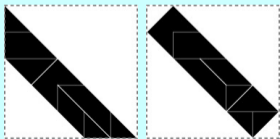
KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $5 \times 3$ : 2 oplossingen
- $5 \times 4$ : 0 oplossingen
- **$5 \times 5$ : 2 oplossingen**
- $6 \times 2$ : 2 oplossingen
- $6 \times 3$ : 0 oplossingen

$$5 \times 5 = 25$$

rest : 17

$$17 = 12\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} \text{ of } 17 = 8 + 8 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ of } 17 = 8 + 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}$$



Page 35 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- 5 x 3: 2 oplossingen
- 5 x 4: 0 oplossingen
- 5 x 5: 2 oplossingen
- **6 x 2: 2 oplossingen**
- 6 x 3: 0 oplossingen

$$6 \times 2 = 12$$

rest : 4

$$4 = 2 + 2$$



Page 36 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $5 \times 3$ : 2 oplossingen
- $5 \times 4$ : 0 oplossingen
- $5 \times 5$ : 2 oplossingen
- $6 \times 2$ : 2 oplossingen
- $6 \times 3$ : 0 oplossingen

$$6 \times 3 = 18$$

rest : 10

$$10 = 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

Geen oplossingen!



Page 37 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $6 \times 4$ : 1 oplossing
- $6 \times 5$ : 0 oplossingen
- $6 \times 6$ : 0 oplossingen

$$6 \times 4 = 24$$

rest : 16

$$3 = 8 + 8$$



Page 38 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $6 \times 4$ : 1 oplossing
- $6 \times 5$ : 0 oplossingen
- $6 \times 6$ : 0 oplossingen

$$6 \times 5 = 30$$

rest : 22

$$22 = 18 + 2 + 2$$

Geen oplossingen!



Page 39 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

- $6 \times 4$ : 1 oplossing
- $6 \times 5$ : 0 oplossingen
- $6 \times 6$ : 0 oplossingen

$$6 \times 6 = 36$$

rest : 28

$$27 = 18 + 8 + 2$$

Geen oplossingen!



Page 40 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

## W3 en W4

Binnengekomen : 8 inzendingen, waarvan 2 correcte inzendingen



Page 41 of 48

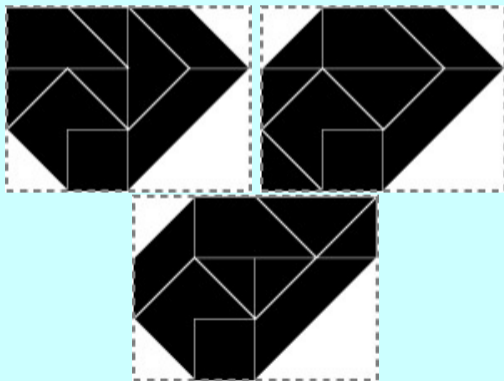


Full Screen

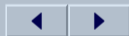
KSO Glorieux  
10 juni 2008

De kleinste omtrekken komen overeen met convexe figuren, zoals gevonden in W1 en W2. Naarmate deze figuren meer lijken op een cirkel gaat de omtrek omlaag.

Oppervlak 9:



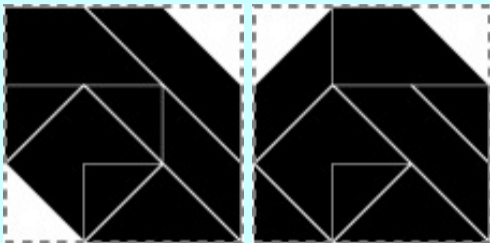
Page 42 of 48



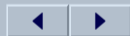
Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

Oppervlak 8:



Page 43 of 48

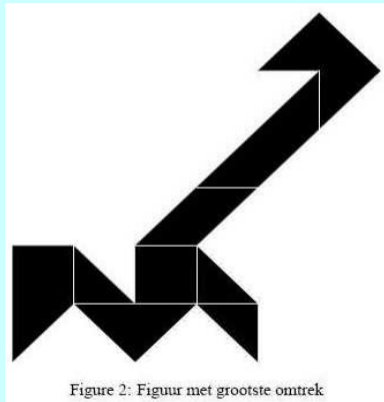


Full Screen

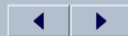
KSO Glorieux  
10 juni 2008

De grootste omtrekken worden verkregen door steeds twee stukjes aan elkaar te leggen met de kortste zijde.

Oppervlak 9:



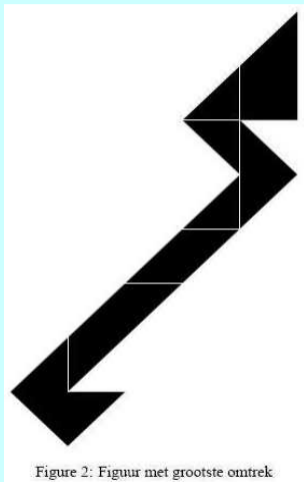
Page 44 of 48



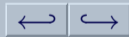
Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

## Oppervlak 8:



Page 45 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

Dank voor uw aandacht!



Page 46 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

Volgend jaar in de Pythagoras-prijsvraag ...



Page 47 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008

... gaan we getallen uitschrijven in letters.



Page 48 of 48



Full Screen

KSO Glorieux  
10 juni 2008